DM3C - Le poids sur Terre

Éléments de correction

Gravitation terrestre

1. Le poids est égal à la force gravitationnel à la surface de la Terre. On égalise :

$$\vec{P} = m\vec{g_0} = \vec{F_G} = -\mathcal{G}\frac{mM_T}{R_T^2}\vec{e_r}$$

avec $\vec{e_r}$ un vecteur unitaire radial en coordonnées sphériques. Il vient :

$$\vec{g_0} = -\mathcal{G}\frac{M_T}{R_T^2}\vec{e_r}$$

L'application numérique donne $g_0 = 9,77$ m.s^{-2} pas loin des $9,81$ habituels. On remarque donc que la seule attraction gravitationnelle ne peut suffire à expliquer le poids sur Terre.

2 pts au total. 1 pt pour l'expression littérale et 1 pt pour le résultat. 0 pt si un « vecteur = scalaire » traine ou pour toute réponse peu claire.

2. Par définition de la pulsation :

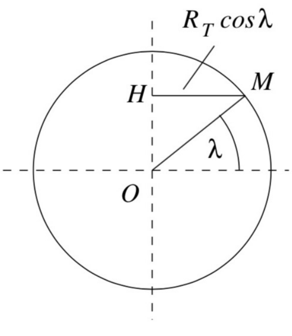
$$\omega_T = \frac{2\pi}{24\text{ h}} = \frac{2\pi}{86400} \approx 7,27.10^{-5}\text{ rad.s}^{-1}$$

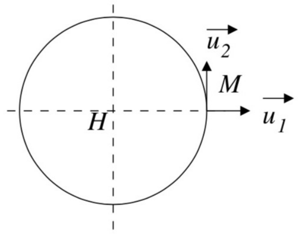
1 pt pour l'expression et l'application numérique.

3. Le référentiel géocentrique est centré sur le centre de la Terre et utilise trois axes pointant vers des étoiles lointaines (ces axes sont donc considérés fixes).

1 pt pour une bonne définition claire.

4. Dans le référentiel géocentrique, le point M suit une trajectoire circulaire de rayon $r = R_T\cos(\phi)$ avec ϕ la latitude (habituellement notée λ voir schéma ci-dessous).





On utilise une base de projection polaire avec un vecteur unitaire radial $\vec{u_1}$ et un vecteur orthoradial $\vec{u_2}$ définis sur le schéma précédent. On est en présence d'un mouvement circulaire uniforme avec :

$$\vec{v} = R_T\cos(\phi)\omega_T\vec{u_2}$$

et :

$$\vec{a} = -R_T\cos(\phi)\omega_T^2\vec{u_1}$$

4 pts au total. 1 pt pour la nature précise de la trajectoire. 1 pt pour un schéma. 1 pt pour la vitesse. 1 pt pour l'accélération. On attends une explication et un schéma clairs. 0 pt pour tout raisonnement peu claire ou tentative de truandage

5. Le référentiel terrestre est centré sur le centre de la Terre et les trois axes sont « fixés sur la Terre », ils suivent donc le mouvement de rotation de la Terre sur elle-même. Ce référentiel est supposé galiléen sur des temps d'expériences courts devant la période de rotation de la Terre de 24 h, il ne peut être considéré galiléen ici.

2 pts au total. 1 pt pour la définition claire du référentiel. 1 pt pour le commentaire associé.

6. On admet que :

$$F_{ie} = ma$$

donc :

$$F_{ie} = mR_T\cos(\phi)\omega_T^2$$

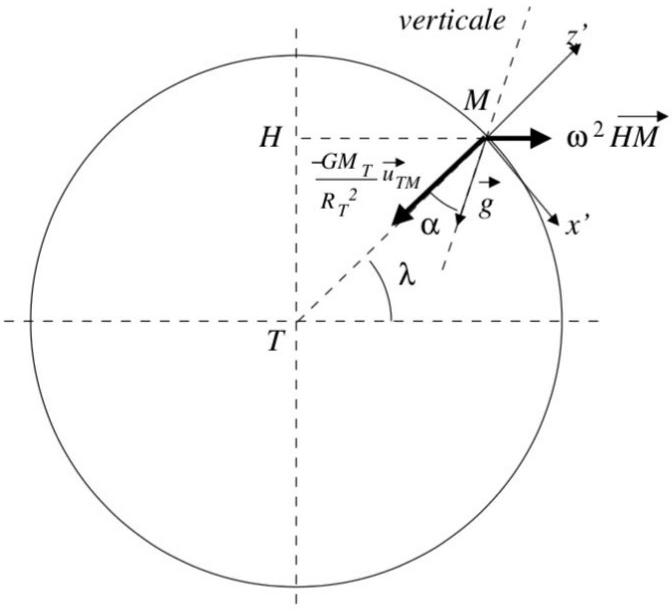
il s'agit d'une force centrifuge, elle nous éjecte vers l'extérieur de la trajectoire circulaire. Elle est donc dans la direction radiale portée par $\overrightarrow{u_1}$. Soit :

$$\overrightarrow{F_{ie}} = mR_T\cos(\phi)\omega_T^2\overrightarrow{u_1}$$

Pour une masse de 1 kg, pour $\phi = 0$ 0, cette force vaut environ $0,03$ N, elle est donc très faible devant l'attraction gravitationnelle.

3 pts au total. 1 pt pour l'expression. 1 pt pour l'application numérique. 1 pt pour un commentaire pertinent.

7. Voici LE schéma.



3 pts pour un schéma grand, clair, annoté et correct. Retirer un maximum de points dès que ça n'est pas propre, ou rigoureux.

8.

D'après le schéma, on a notamment :

$$\overrightarrow{HM} = r\overrightarrow{u_1} = R_T \cos(\phi)\overrightarrow{u_1}$$

Les projections du vecteur $\overrightarrow{g}$ sur x' et z' donnent après quelques lignes :

$$g_{x'} = \omega_T^2 R_T \cos(\phi)\sin(\phi)$$

et :

$$g_{z'} = \omega_T^2 R_T \cos^2(\phi) - \frac{\mathcal{G}M_T}{R_T^2}$$

De plus, on a :

$$g_{x'} = g\sin(\alpha)$$

et :

$$|g_{z'}| = g\cos(\alpha)$$

Il vient alors :

$$\tan(\alpha) = \left|\frac{g_{x'}}{g_{z'}}\right| \approx \frac{\omega_T^2 R_T \cos(\phi)\sin(\phi)}{g_0}$$

L'approximation n'est pas nécessaire mais est justifiée au vu des valeurs numériques et permet de simplifier l'expression littérale. Elle vient du fait que :

$$\frac{\mathcal{G}M_T}{R_T^2} \gg \omega_T^2 R_T \cos(\phi)$$

Via la fonction arctan, on obtient alors pour $\phi = 45\,°$:

$$\alpha \approx 1,7.10^{-3} \text{ rad}$$

Ce qui est une valeur très faible. L'effet existe bien, mais la force gravitationnelle est prédominante dans l'expression du poids.

7 pts au total. 5 pts si tout est propre, clair et qu'on arrive au bout. Retirer 1 pt dès qu'un point de raisonnement n'est pas clair, que ça manque de rigueur. 1 pt pour l'application numérique correcte. 1 pt pour un commentaire pertinent. 0 pt si « vecteur = scalaire » et 0 pt pour toute tentative de truandage « je saute des étapes, et j'arrive au résultat final par magie ».

Bon courage et bon travail ! ☺