DS4C - Chimie et électricité (2 heures)

Éléments de correction

I Cours (5min)

1. Voir cours et TEST.
2. Voir cours et TEST.
3. Voir cours et TEST.
4. Voir cours et TEST.
5. Voir cours et TEST.

II Chimie (10 min)

d'après Banque PT 2006

6. Voir cours.
7. Voir cours.
8. Voir cours. D'après les règles de remplissage, on a $Pt:[Xe]6s^2 4f^{14}5d^8$. En réalité (pas à connaître), le platine présente une anomalie et sa structure est $Pt:[Xe]4f^{14}5d^9 6s^1$
9. La masse molaire se calcule à l'aide du pourcentage d'abondance de chaque isotope :

$$M = 0,0013 * 190 + 0,0078 * 192 + 0,329 * 194 + 0,338 * 195 + 0,252 * 196 + 0,0719 * 198$$

on trouverait environ $195,1$ g/mol.

III Étude d'un microphone (45 min)

d'après Banque PT 2013

10. On commence par regrouper le condensateur et la résistance en dérivation par un dipôle d'impédance :

$$\underline{Z} = \frac{R_0/jC_0\omega}{R_0 + 1/jC_0\omega}$$

qu'on peut écrire :

$$\underline{Z} = \frac{R_0}{jR_0C_0\omega + 1}$$

On utilise ensuite un pont diviseur de tension :

$$\underline{v} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + jL\omega + R_L}\underline{e}$$

Il vient alors :

$$\underline{H} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + jL\omega + R_L}$$

soit :

$$\underline{H} = \frac{\frac{R_0}{jR_0C_0\omega+1}}{\frac{R_0}{jR_0C_0\omega+1} + jL\omega + R_L}$$

qu'on peut aussi réécrire :

$$\underline{H} = \frac{R_0}{R_0 + jL\omega(jR_0C_0\omega + 1) + R_L(jR_0C_0\omega + 1)}$$

soit encore :

$$\underline{H} = \frac{R_0}{R_0 - LR_0C_0\omega^2 + jL\omega + jR_0R_LC_0\omega + R_L}$$

11. On a :

$$\underline{H} = \frac{R_0}{R_0 - LR_0C_0\omega^2 + jL\omega + jR_0R_LC_0\omega + R_L}$$

soit :

$$\underline{H} = \frac{R_0}{R_0 + R_L - LR_0C_0\omega^2 + j\left(L + R_0R_LC_0\right)\omega}$$

qu'on peut réécrire :

$$\underline{H} = \frac{R_0/(R_0 + R_L)}{1 - \frac{LR_0C_0}{R_0+R_L}\omega^2 + j\frac{L+R_0R_LC_0}{R_0+R_L}\omega}$$

On identifie donc la forme :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$$

Avec par identification :

$$H_0 = \frac{R_0}{R_0 + R_L}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_0 + R_L}{R_0LC_0}}$$

$$Q = \frac{1}{L - R_0R_LC_0}\sqrt{R_0LC_0(R_0 + R_L)}$$

12. On a :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$$

dont le module est donné par :

$$|\underline{H}| = \frac{H_0}{\sqrt{\left(1 - x^2\right)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}}$$

Une étude qualitative, montre que pour $\omega \to 0$ (soit $x \to 0$), $|\underline{H}| \to H_0$. Et pour $\omega \to \infty$, $|\underline{H}| \to 0$. Ainsi on a l'allure d'un pic (filtre passe-bande).

13. La pulsation de coupure à -3 dB correspond à la valeur de ω pour laquelle le gain en décibels vaut sa valeur maximale -3 dB. Soit :

$$G_{dB}(\omega_c) = G_{dB,max} - 3$$

Cela est équivalent à avoir :

$$|\underline{H}|(\omega_c) = \frac{|\underline{H}|_{max}}{\sqrt{2}}$$

14. La résonance d'une grandeur correspond au fait d'observer un maximum d'amplitude pour cette grandeur, pour une fréquence d'excitation précise appelée fréquence de résonance.

15. D'après la question, on définit alors le facteur de qualité comme le facteur de surtension, c'est-à-dire comme le rapport de la tension v par rapport à la tension d'entrée e à la résonance :

$$Q = \frac{v}{e} = \frac{90}{23} \approx 3,9$$

16. La bande-passante est définie comme l'écart de fréquence prises pour $v = \frac{90}{\sqrt{2}}$. On a :

$$\frac{90}{1,4} \approx 64$$

par lecture graphique, on a environ :

$$\Delta f = 1800 \text{ Hz}$$

On a alors :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{7000}{1800}$$

On retrouve bien l'ordre de grandeur de :

$$Q = 3,9$$

17. On a :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_0 + R_L}{R_0 L C_0}}$$

on a trouvé :

$$f_0 = 7000 \text{ Hz}$$

soit :

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{R_0 + R_L}{R_0 L C_0}}$$

l'application numérique amène à :

$$L = 5 \text{ H}$$

En utilisant ensuite :

$$Q = \frac{1}{L - R_0 R_L C_0}\sqrt{R_0 L C_0 (R_0 + R_L)}$$

on arrive à un ordre de grandeur de :

$$Q = 4 \text{ (4,7 en réalité)}$$

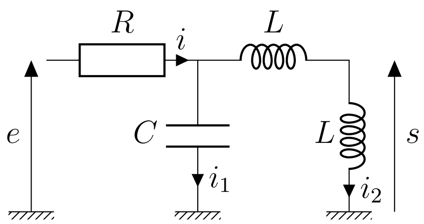
ce qui, aux différentes imprécisions d'estimation sur la lecture du graphe, et sur les calculs arrondis nous donne le bon ordre de grandeur par rapport aux valeurs établies précédemment.

18. Si la fréquence de résonance varie, ce ne sera pas la même fréquence qui ressortira avec la plus grande amplitude. Ainsi certains microphones vont faire ressortir des sons un peu plus graves ou d'autres des plus aigües. Concrètement le rendu sonore ne sera pas le même.

IV Filtre de Hartley (60 min)

19. En BF le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert et la bobine comme un fil, la tension s est donc la tension aux bornes d'un fil et vaut 0, les BF ne passent pas. En HF le condensateur se comporte comme un fil et la bobine comme un interrupteur ouvert, la tension s est donc la tension aux bornes d'un fil et vaut 0, les HF ne passent pas.
Le filtre présente un comportement passe-bande.

20. ATTENTION : typiquement voici une question qu'il faut identifier comme étant longue et fastidieuse, au vu de la longueur du sujet et selon votre confiance, vous avez certainement d'autres choses à faire avant de revenir dessus pour optimiser votre temps. D'autant plus que la forme mathématique est donnée et permet de continuer un peu. Dans l'idéal évidemment, vous y allez les yeux fermés, confiants en déroulant toute la démarche, sans faute et sans brouillon, mais ça nécessite de l'entrainement et de la confiance !
Le circuit et ses conventions est repris ci-dessous :



On a alors :

$$\underline{s} = jL\omega\underline{i_2}$$

Un pont diviseur d'intensité nous donne :

$$\underline{i_2} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_{2L}}\underline{i}$$

$$\underline{i_2} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + 2jL\omega}\underline{i}$$

En notant $\underline{Z}$ l'impédance équivalente totale du circuit, on peut écrire :

$$\underline{e} = \underline{Z}.\underline{i}$$

ou encore :

$$\underline{i} = \frac{\underline{e}}{\underline{Z}}$$

Il vient alors :

$$\underline{s} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_{2L}}\frac{\underline{e}}{\underline{Z}}$$

La fonction de transfert est définie par :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$$

il vient alors :

$$\underline{H} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_{2L}}\frac{1}{\underline{Z}}$$

ou encore :

$$\underline{H} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + 2jL\omega}\frac{1}{\underline{Z}}$$

Il nous reste alors à calculer l'impédance équivalente totale du circuit :

$$\underline{Z} = R + \underline{Z}_{C2L}$$

avec :

$$\underline{Z}_{C2L} = \frac{\underline{Z}_C \times \underline{Z}_{2L}}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_{2L}}$$

soit :

$$\underline{Z}_{C2L} = \frac{\frac{1}{jC\omega} \times 2jL\omega}{\frac{1}{jC\omega} + 2jL\omega}$$

$$\underline{Z}_{C2L} = \frac{\frac{2L}{C}}{\frac{1}{jC\omega} + 2jL\omega}$$

soit :

$$\underline{Z} = R + \frac{\frac{2L}{C}}{\frac{1}{jC\omega} + 2jL\omega}$$

en posant $\underline{D} = \frac{1}{jC\omega} + 2jL\omega$, on peut écrire :

$$\underline{Z} = \frac{R\underline{D} + \frac{2L}{C}}{\underline{D}}$$

On peut alors expliciter la fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\underline{D}} \times \left(\frac{\underline{D}}{R\underline{D} + \frac{2L}{C}} \right)$$

tout calcul et simplifications faites on arrive à :

$$\underline{H} = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{1 + 2j\frac{L}{R}\omega - 2LC\omega^2}$$

On remarque que c'est la forme proposée par l'énoncé à la question **35.**. En simplifiant par $j\frac{L}{R}\omega$, il vient :

$$\underline{H} = \frac{1}{2 + j2RC\omega - j\frac{R}{L\omega}}$$

simplifions encore par 2, il vient :

$$\underline{H} = \frac{1/2}{1 + jRC\omega - j\frac{R}{2L\omega}}$$

21. L'énoncé pose :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{R}{2L}$$

donc :

$$\frac{R^2C}{2L} = 1$$

on peut alors écrire :

$$\underline{H} = \frac{1/2}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On trouve $\omega_0 = 5.10^6$ rad.s^{-1}, $Q = 1$ par identification et $H_0 = \frac{1}{2}$

22. Les pentes mesurées donnent +20 dB/décade en BF et −20 dB/décade en HF.
L'expression de la fonction de transfert donne :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

soit le gain en dB :

$$G_{dB} = 20\log(|\underline{H}|)$$

$$G_{dB} = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}\right)$$

En BF $\omega << 1$ soit $x << 1$ donc $\frac{1}{x} >> 1$, il vient :

$$G_{dB} \approx 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{\left(-\frac{1}{x}\right)^2}}\right)$$

$$G_{dB} \approx 20\log(x)$$

Pour une décade, soit pour $x \to 10x$, on a :

$$G_{dB}(10\omega) = G_{dB}(\omega) + 20$$

soit une pente de +20 dB/décade. La même démarche en HF, pour $x >> 1$ amène à la pente de −20 dB/décade.

23. a est la valeur de G_{dB} pour $x = 1$, on trouve :

$$G_{dB}(x = 1) = 0$$

b est la valeur de la limite asymptotique (forme simplifiée en BF ou HF) pour $x = 1$:

$$G_{dB}(x = 1) \approx 20\log(1) = 0$$

On trouve $a = 0$ et $b = 0$ par le calcul, ce qui n'est pas en accord avec le graphe où a est de l'ordre de −6 et b de l'ordre de −42, le graphe ne correspond donc pas à la fonction de transfert avec $H_0 = 1/2$ et $Q = 1$ mais à d'autres valeurs (donc avec d'autres valeurs de composants).

24. Oui, en BF, on a $x << 1$ et à la limite :

$$\underline{H} \to \frac{1}{-j/x}$$

ou encore :

$$\underline{H} \to jx$$

$$\underline{H} \to j\omega/\omega_0$$

or par définition :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$$

donc :

$$\frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{j\omega}{\omega_0}$$

soit :

$$\underline{s} = \frac{1}{\omega_0} j\omega\underline{e}$$

en complexes multiplier par $j\omega$ revient à dériver, donc en notation réelle on a :

$$s = \frac{1}{\omega_0}\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t}$$

On a un comportement dérivateur en BF (à un facteur $1/\omega_0$ près). La même démarche en HF pour $x >> 1$ amène à un comportement intégrateur. Soit :

$$s = \omega_0 \int e.dt$$

25. On applique à l'entrée un signal de pulsation $\omega_1 = \omega_0$:

$$e_1(t) = E_0 + E_{1m}\cos(\omega_1 t)$$

Au vu de la fonction de transfert, $s = e \times H_0 = \frac{e}{2}$ pour $\omega = \omega_0$, la compose sinusoïdale de $e_1(t)$ reste donc inchangée. Par contre la composante continue, est assimilable à une fréquence (ou pulsation nulle), cette pulsation est coupée (ou très fortement atténuée), ainsi la composante continue ne se retrouve plus dans le signal de sortie et on a :

$$s_1(t) = \frac{E_{1m}}{2}\cos(\omega_1 t)$$

26. Par définition :

$$e_{1eff} = \sqrt{\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} e_1^2(t).dt}$$

avec $T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2\pi}{\omega_1}$. Soit :

$$e_{1eff} = \sqrt{\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} \left(E_0 + E_{1m}\cos(\omega_1 t)\right)^2.dt}$$

en développant :

$$e_{1eff} = \sqrt{\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} \left(E_0^2 + 2E_0E_{1m}\cos(\omega_1 t) + E_{1m}^2\cos^2(\omega_1 t)\right).dt}$$

on reconnaît les expressions des valeurs moyennes :

$$e_{1eff} = \sqrt{< E_0^2 > + < 2E_0E_{1m}\cos(\omega_1 t) > + < E_{1m}^2\cos^2(\omega_1 t) >}$$

La valeur moyenne d'une constante est elle-même, celle d'un cos est nulle et celle d'un $\cos^2$ est 1/2, il vient :

$$e_{1eff} = \sqrt{E_0^2 + \frac{E_{1m}^2}{2}}$$

qui est différente de la somme des valeurs efficaces évidemment.

27. Par continuité de la charge (et de la tension du coup) aux bornes d'un condensateur, on peut écrire :

$$q(0^+) = q(0^-) = 0$$

car il est initialement déchargé. Il s'en suit :

$$s_4(0^+) = \frac{q(0^+)}{C} = 0$$

28. A $t = 0^+$, par continuité du courant dans une bobine, on a :

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$$

la loi des noeuds nous donne alors :

$$i_C(0^+) = i(0^+)$$

Or la loi des mailles appliquée à la première boucle, nous donne :

$$e_4 = Ri + s_4$$

soit à $t = 0^+$:

$$E_{4m} = Ri$$

il vient :

$$i(0^+) = \frac{E_{4m}}{R}$$

et donc :

$$i_C(0^+) = \frac{E_{4m}}{R}$$

Pour un condensateur, on a de manière générale :

$$u_C = \frac{q}{C}$$

et :

$$i_C = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

il vient :

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

On a alors :

$$i_C(0^+) = \frac{E_4m}{R} = C\frac{\mathrm{d}s_4}{\mathrm{d}t}$$

soit finalement :

$$\left(\frac{\mathrm{d}s_4}{\mathrm{d}t}\right)_{t=0^+} = \frac{E_{4m}}{RC}$$

29. Par définition :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s_4}}{\underline{e_4}}$$

on peut écrire :

$$\underline{s_4} \times \left(1 + 2j\frac{L}{R}\omega + 2LC(j\omega)^2\right) = \underline{e_4} \times j\frac{L}{R}\omega$$

→ **En complexes, multiplier par $j\omega$ revient à dériver une fois par rapport au temps.** Il vient :

$$s_4 + 2\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}s_4}{\mathrm{d}t} + 2LC\frac{\mathrm{d}^2s_4}{\mathrm{d}t^2} = \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}e_4}{\mathrm{d}t}$$

Soit pour $t > 0$, $e_4 = cste = E_{4m}$ donc sa dérivée est nulle et il vient :

$$s_4 + 2\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}s_4}{\mathrm{d}t} + 2LC\frac{\mathrm{d}^2s_4}{\mathrm{d}t^2} = 0$$

Sous forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}^2s_4}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{RC}\frac{\mathrm{d}s_4}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2LC}s_4 = 0$$

30. La nature du régime transitoire dépend du discriminant de l'équation caractéristique associée. On a :

$$\Delta = \frac{1}{(RC)^2} - \frac{4}{2LC} = \frac{1}{(RC)^2} - \frac{2}{LC}$$

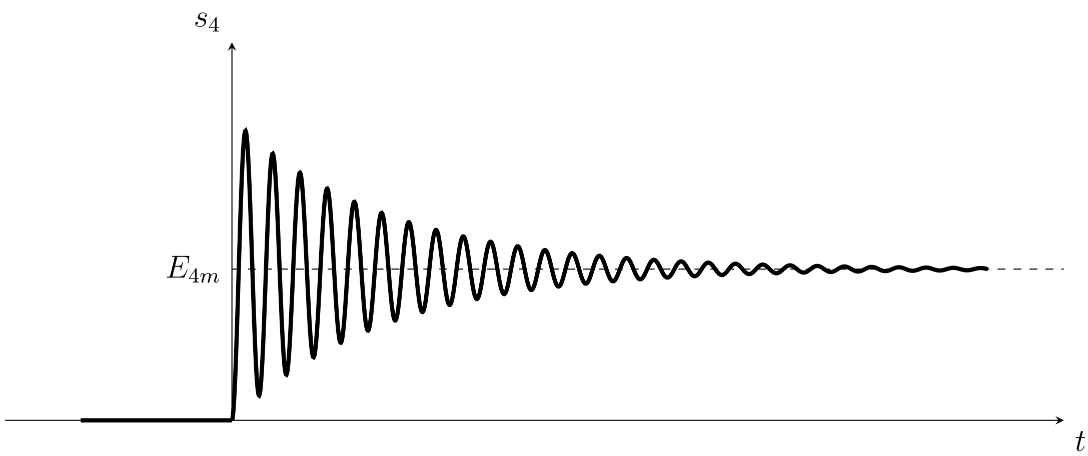
L'application numérique amène à :

$$\Delta \approx -10^{14} < 0$$

on en déduit qu'on est en régime pseudo-périodique.

31. L'allure est la suivante, on part de $s_4(0) = 0$ et on tend vers la charge complète de C, la tension à ses bornes seraient E_{4m}, la dérivée initiale est positive :

$$\left(\frac{\mathrm{d}s_4}{\mathrm{d}t}\right)_{t=0^+} = \frac{E_{4m}}{RC}$$



Bon courage et bon travail ! ☺