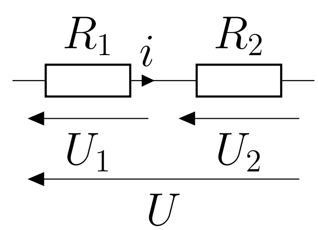
TEST06 - Électricité

⚠ ➔ Encadrer les résultats

---

1. Donner la relation entre U et I pour un générateur de tension réel en convention générateur.

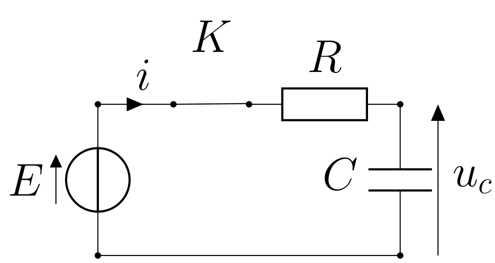
2. Soit le circuit suivant :



établir l'expression de U_1 en fonction de U, R_1 et R_2 en détaillant les calculs.

3. Donner les deux relations donnant U_C et i pour un condensateur en conventions standards (schémas non demandés).

4. Soit le circuit suivant :



établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C sous forme canonique.

5. Le condensateur étant initialement déchargé, résoudre l'équation et donner $u_c(t)$, ainsi que son allure graphique.

Corrigé

1. $U = E - rI$, avec E la fem du générateur et r sa résistance interne.

2. On est dans les conventions récepteurs, et on a alors :

$$U_1 = R_1 i,$$

$$U_2 = R_2 i,$$

et également :

$$U = U_1 + U_2 = (R_1 + R_2)\, i.$$

Soit alors :

$$i = \frac{U}{R_1 + R_2}.$$

On peut donc écrire :

$$U_1 = R_1 \frac{U}{R_1 + R_2},$$

on retient finalement :

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U.$$

3. $U_C = \frac{q}{C}$ et $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.

4. La loi des mailles nous donne :

$$E = U_R + u_C,$$

soit :

$$E = Ri + u_C,$$

or : $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ donc :

$$E = RC \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C,$$

sous forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau},$$

avec $\tau = RC$.

5. La solution est de la forme :

$$u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + u_{Cp},$$

avec $u_{Cp} = cste$ la solution du régime permanent. L'équation différentielle donne alors :

$$0 + \frac{1}{\tau}u_{Cp} = \frac{E}{\tau},$$

soit :

$$u_{Cp} = E.$$

Il vient :

$$u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + E.$$

Le condensateur est déchargé initialement, on a $u_C(0) = 0$. Soit :

$$u_C(0) = A + E = 0,$$

d'où : $A = -E$. Finalement :

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right).$$