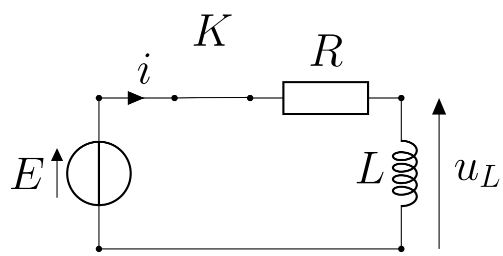
# TEST07 - Électricité

⚠ ➔ Encadrer les résultats

---

**1.** Soit le circuit suivant :




établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_L$ sous forme canonique.

**2.** On ferme l'interrupteur à $t = 0$, résoudre l'équation et donner $u_L(t)$, ainsi que son allure graphique.

**3.** Soit une fonction $x(t)$. Écrire la forme canonique générale d'une équation différentielle du second ordre de type oscillateur harmonique vérifiée par $x(t)$ en posant une pulsation propre $\omega_0$ et en imposant un second membre nul.

**4.** Soit l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + 4x = 12$$

la résoudre et donner $x(t)$ pour $x(0) = 2$ et $\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)(t = 0) = 0$.

**5.** Établir l'équation différentielle (sous forme canonique) vérifiée par la tension $u_C$ aux bornes du condensateur dans un circuit $RLC$ série soumis à un échelon de tension $E$.

# Corrigé

**1.** La loi des mailles nous donne :

$$E = u_R + u_L,$$

soit :

$$E = Ri + u_L,$$

en dérivant, il vient :

$$0 = R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t}$$

sous forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_L = 0$$

avec $\tau = \frac{L}{R}$.

**2.** La solution est de la forme :

$$u_L(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec $\tau = \frac{L}{R}$. De plus à $t = 0$, par continuité du courant qui traverse une bobine, on a :

$$i(0) = 0$$

le circuit équivalent impose alors $u_R(0) = Ri(0) = 0$, il reste avec la loi des mailles à $t = 0$ :

$$E = u_L(0)$$

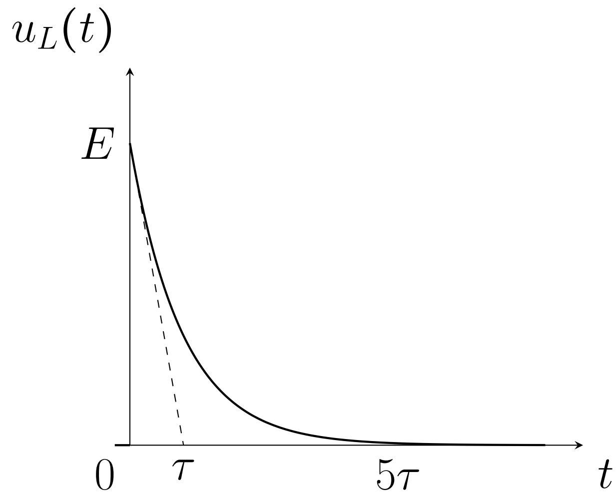
ainsi, en appliquant la condition initiale, il vient :

$$u_L(t) = A = E$$

donc finalement :

$$u_L(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

dont l'allure est la suivante :




on a bien en régime permanent, à la fin $i$ qui est constant et donc $u_L \to 0$. De plus à la fin, on a donc :

$$E = u_R = Ri$$

donc la valeur du courant en régime permanent est :

$$i = \frac{E}{R}$$

**3.**

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 x = 0$$

**4.** La solution est de la forme :

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi) + x_P$$

avec ici $\omega_0 = \sqrt{4} = 2$ et $x_P = 12/4 = 3$. Donc :

$$x(t) = A\cos(2t + \varphi) + 3$$

On calcule la dérivée :

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = -2A\sin(2t + \varphi)$$

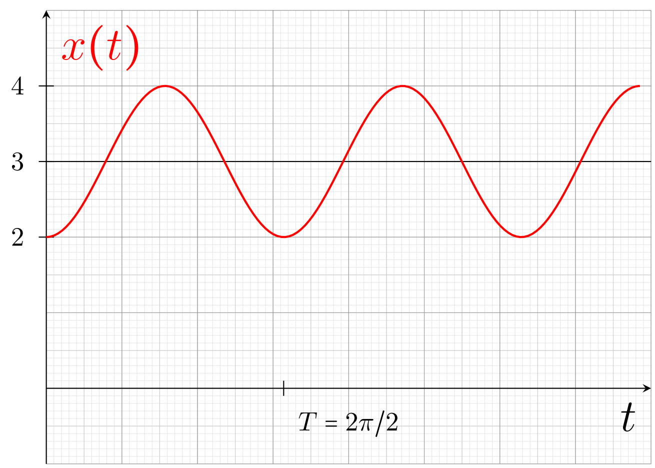
Puis on applique alors les conditions initiales :

$$\begin{cases} x(0) & = 2 = A\cos(\varphi) + 3 \\ \dot{x}(0) & = 0 = -2A\sin(\varphi) \end{cases}$$

On traite la deuxième pour obtenir $\varphi = 0$ et il vient ensuite dans la première $A = -1$. Soit finalement :

$$x(t) = -\cos(2t) + 3$$

que l'on ne demande pas de tracer mais voici l'allure :




$\boxed{\textbf{5.}}$ La loi des mailles nous donne :

$$E = u_R + u_L + u_C$$

il vient :

$$E = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + u_C$$

or :

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

et :

$$u_C = \frac{q}{C}$$

donc :

$$i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

soit alors :

$$E = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + u_C$$

soit finalement sous forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}u_C = \frac{E}{LC}$$